**Гиперболическое уравнение** с 2-мя независимыми переменными

– искомая функция. Заданы начальные условия .

Существует 3 разных граничных задачи:

1.

2.

3.

Если вместо граничных значений 1-го рода рассматриваются граничные условия 2-го или 3-го рода, то соответствующие задачи называются второй или третьей краевой задачами. Краевая задача называется смешанной, если граничные условия при x = 0 и x = l имеют различные типы.

Эта задача интерпретируется как процесс однородного твердого тела (струны) длиной в зависимости от времени Здесь - коэффициент упругости, - действующая на тело сила.

**Уравнениям эллиптического типа** к ним приводит изучение стационарных, т. е. не меняющихся во времени, процессов различной физической природы. Простейшим уравнением эллиптического типа является уравнение

Лапласа + часто рассматривается более общее уравнение Пуассона .

**Метод Фурье –** метод разделения переменных применяется для решения краевых задач для линейных уравнений второго порядка гиперболического, параболического и эллиптического типов, а также для некоторых классов нелинейных уравнений и уравнений высших порядков.

Приведем схему метода для задачи о колебаниях струны, закрепленной на концах, т.е. гиперболическое уравнение с 1 краевой задачей.

Будем искать тождественно не равные нулю решения уравнения, удовлетворяющие краевым условиям в виде произведения подставляя в краевые условия, получаем . Подставим предполагаемый вид решения в уравнение и поделим на

Получаем: Левая часть равенства является функцией только переменного , правая – только . Следовательно, обе части не зависят ни от , ни от и равны некоторой константе . Получаем обыкновенные дифференциальные уравнения для определения функций и :

Приходим к задаче Штурма-Лиувилля *и*

Эта задача имеет нетривиальные решения (собственные функции) определяемые с точностью до произвольного множителя только при значениях , равных собственным значениям

Этим же значениям соответствуют решения уравнения , где и — произвольные постоянные. Таким образом, функции . Решение получается в виде бесконечной суммы частных решений , где и могут быть найдены как коэффициенты Фурье функций и

